

Własności brył obrotowych

WPROWADZENIE

Prezentowany pomysł to propozycja lekcji przekrojowej, którą można zrealizować (w zależności od potrzeb i preferencji nauczyciela) podczas jednej jednostki lekcyjnej lub podzielić na kilka zajęć, co poniżej odzwierciedla podział na części. Można ją również wykorzystać jako wprowadzenie do tematyki brył obrotowych lub podsumowanie wiadomości dotyczących tej grupy figur przestrzennych.

KSZTAŁCONE UMIEJĘTNOŚCI MATEMATYCZNE

Uczeń:

- rozwija wyobraźnię przestrzenną,
- podaje nazwę bryły, która powstaje w wyniku obrotu figury płaskiej wokół osi,
- rozpoznaje siatkę walca i stożka,
- zaznacza przekroje walca, stożka i kuli.

Część I. Powstawanie brył obrotowych

WSKAZÓWKA METODYCZNA

Podczas omawiania zagadnienia brył obrotowych warto poświęcić nieco czasu na wyjaśnienie procesu ich powstawania, czyli obrotu figury płaskiej wokół osi. Warto też poprosić uczennice i uczniów, żeby spróbowali opisać, jak będzie wyglądała bryła, która powstanie w wyniku obrotu kolejnych figur (takie próby przyczynią się do rozwoju ich wyobraźni przestrzennej). Następnie za pomocą aplikacji można zademonstrować, jak obracają się odpowiednie figury (prostokąt, trójkąt i koło) w walcu, stożku i kuli.

PRACA Z APLIKACJĄ

1. Za pomocą lasera i spustu wybieramy przycisk **Rozpocznij** znajdujący się na czarnej tablicy.
2. Zgodnie z wyświetloną instrukcją szukamy w sali migającej, żółtej kuli. Kierujemy na nią laser i zatwierdzamy wybór spustem. W pomieszczeniu pozostaną jedynie bryły obrotowe, a przed tablicą pojawi się karuzela z tą grupą brył.
3. Z karuzeli z bryłami obrotowymi wybieramy **walec** (laser i spust).
4. Z menu po lewej stronie wybieramy opcję **Przekroje** (laser i spust).
5. Obracamy prostokąt wokół jego pionowej osi symetrii za pomocą ikon umieszczonych po obu stronach ostatniego suwaka (obróć w pionie). Dzięki temu ilustrujemy, jak obracający się prostokąt tworzy bryłę obrotową – walec.
6. Wracamy do karuzeli z bryłami obrotowymi i wybieramy **stożek**.
7. Z menu po lewej stronie wybieramy opcję **Przekroje**.

8. Używamy ikon przy ostatnim suwaku i obracamy trójkąt wokół jego osi symetrii. W ten sposób przedstawiamy, jak obracający się trójkąt tworzy bryłę obrotową – stożek.
9. Wracamy do karuzeli z bryłami obrotowymi i wybieramy **kulę**.
10. Z menu po lewej stronie wybieramy opcję **Przekroje**.
11. Obracamy koło wielkie za pomocą ikon przy ostatnim suwaku, przedstawiając proces po wstawiania kuli w wyniku obrotu koła wokół jego osi symetrii.

WARTO WIEDZIEĆ



W pozycji startowej w opcji **Przekroje**:

- w przypadku walca widzimy przekrój w kształcie prostokąta, który tworzy płaszczyzna ustawiona prostopadle do podstawy walca i przechodząca przez środek jego podstawy;
- w przypadku stożka widzimy trójkąt równoramienny, który powstaje w wyniku przecięcia stożka płaszczyzną przechodzącą przez wierzchołek stożka i środek jego podstawy;
- w przypadku kuli widzimy koło wielkie.

Część II. Figury płaskie w bryłach obrotowych

WSKAZÓWKA METODYCZNA

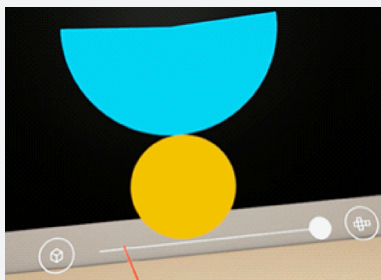
- Nie każda uczennica i nie każdy uczeń ma na tyle rozwiniętą wyobraźnię przestrzenną, aby rozróżnić figury płaskie, z których są zbudowane bryły obrotowe.
- W przypadku walca warto pokazać w aplikacji dwa różne prostokąty:
 - jeden, który obraca się wokół pewnej osi;
 - drugi, którym jest powierzchnia boczna po rozwinięciu na płaszczyźnie.
 Warto podkreślić, że oba prostokąty mają jeden bok o takiej samej długości.
- W przypadku stożka warto zaprezentować w aplikacji dwa różne koła:
 - jedno, które jest podstawą stożka;
 - drugie, którego pewien wycinek tworzy powierzchnię boczną stożka.

PRACA Z APLIKACJĄ

1. Za pomocą lasera i spustu wybieramy przycisk **Rozpocznij** znajdujący się na czarnej tablicy.
2. Zgodnie z wyświetloną instrukcją odszukujemy w sali migającą, żółtą kulę. Kierujemy na nią laser i zatwierdzamy wybór spustem.

3. Z karuzeli z bryłami obrotowymi wybieramy **walec**.
4. Z menu po lewej stronie wybieramy opcję **Przekroje**.
5. Chwytny bryłę z zaznaczonym przekrojem w wirtualną dłoń i dokładnie oglądamy ją z każdej strony (nie ruszamy w tym czasie suwakami). Omawiamy kształt figury, która jest przekrojem walca.
6. Z menu po lewej stronie wybieramy opcję **Siatka**.
7. Rozkładamy walec na siatkę. Możemy to zrobić ręcznie lub automatycznie – za pomocą ikon umieszczonych na obu końcach suwaka.
8. Chwytny siatkę w wirtualną dłoń i dokładnie analizujemy kształty figur, z których się składa.
9. Wracamy do karuzeli z bryłami obrotowymi i wybieramy **stożek**.
10. Z menu po lewej stronie wybieramy opcję **Siatka**.
11. Rozkładamy stożek na siatkę. Chwytny ją w wirtualną dłoń i dokładnie oglądamy z każdej strony.

WSKAZÓWKA METODYCZNA



Warto podkreślić, że powierzchnia boczna stożka jest wycinkiem koła o promieniu większym od promienia podstawy stożka.

Część III. Przekroje brył obrotowych

WSKAZÓWKA METODYCZNA

Trzeci ważny krok przy wprowadzaniu pojęcia brył obrotowych to pokazanie, że przekrojem poprzecznym każdej bryły obrotowej jest koło. Do prezentacji tego zagadnienia znakomicie nada się aplikacja.

PRACA Z APLIKACJĄ

1. Za pomocą lasera i spustu wybieramy przycisk **Rozpocznij** znajdujący się na czarnej tablicy.
2. Kierujemy laser na migającą, żółtą kulę i zatwierdzamy wybór spustem. W sali pozostają tylko bryły obrotowe.
3. Z karuzeli z bryłami obrotowymi wybieramy **walec**.
4. Z menu po lewej stronie wybieramy opcję **Przekroje**, następnie z menu po prawej stronie – przycisk **Przekrój poprzeczny**.
5. Za pomocą suwaka przesuwamy płaszczyznę w górę i w dół i ustalamy, jaką figurą jest przekrój poprzeczny walca.

6. Wracamy do karuzeli z bryłami obrotowymi i wybieramy **stożek**.
7. Z menu po lewej stronie wybieramy opcję **Przekroje**, następnie z menu po prawej stronie – przycisk **Przekrój poprzeczny**.
8. Przesuwamy płaszczyznę w górę i w dół i określamy, jaką figurą jest przekrój poprzeczny stożka oraz co dzieje się z promieniem tego przekroju.
9. Wracamy do karuzeli z bryłami obrotowymi i wybieramy **kulę**.
10. Z menu po lewej stronie wybieramy opcję **Przekroje**.
11. Korzystając z trzech suwaków, przesuwamy i obracamy w dowolny sposób płaszczyznę przechodzącą przez kulę. Chwytny bryłę w wirtualne dłonie i ustalamy, jaką figurą jest otrzymany przekrój.

WSKAZÓWKA METODYCZNA

Warto poprowadzić lekcję w taki sposób, aby uczniowie sami wyciągnęli następujące wnioski:

- Przekrój poprzeczny walca jest kołem o takim samym promieniu co podstawa walca niezależnie od wysokości, na jakiej płaszczyzna przecina walec.
- Promień koła będącego przekrojem poprzecznym stożka zmniejsza się wraz z oddalaniem się przekroju od podstawy stożka.
- Promień przekroju kuli zmniejsza się wraz z oddalaniem się tego przekroju od środka kuli.

KLUCZ ODPOWIEDZI

1. F, P
2. D
3. P, P
4. C
5. F, F

Klasa:



ZADANIE 1

Dany jest walec, którego wysokość jest równa średnicy jego podstawy i wynosi 8 cm. Zaznacz P przy zdaniu prawdziwym, a F – przy zdaniu fałszywym.

Przekątna powierzchni bocznej walca wynosi 8 cm.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F
Pole powierzchni bocznej walca wynosi $64\pi \text{ cm}^2$.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F

KROK PO KROKU

KROK 1 Oblicz długość promienia podstawy walca.

.....

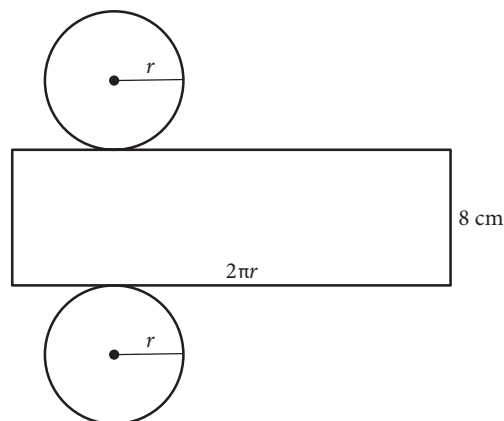
KROK 2 Oblicz obwód jego podstawy.

.....

KROK 3 Ustal długość przekątnej powierzchni bocznej walca.

.....

KROK 4 Oblicz pole powierzchni bocznej walca.

$$P_b = \dots\dots\dots$$


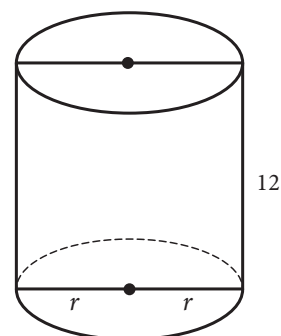
ZADANIE 2

Przekrój osiowy walca jest kwadratem o boku długości 12. Ile wynosi suma pól obu podstaw walca? Wybierz właściwą odpowiedź

- ☐ A. 36 ☐ B. 72 ☐ C. 36π ☐ D. 72π

PODPowiedź

Jaką długość ma promień podstawy walca?
Ile wynosi pole jednej podstawy tego walca?



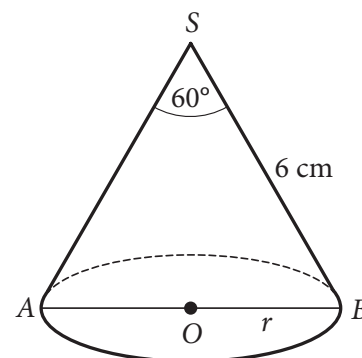
**ZADANIE 3**

Dany jest stożek, którego tworząca jest równa średnicy jego podstawy i wynosi 6 cm. Zaznacz P przy zdaniu prawdziwym, a F – przy zdaniu fałszywym.

Podstawa stożka ma obwód większy niż 18 cm.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F
Pole powierzchni bocznej stożka jest równe $18\pi \text{ cm}^2$.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F

PODPOWIEDŹ

Jaką długość ma promień podstawy tego stożka?
Ile wynosi przybliżenie liczby π ?

**ZADANIE 4**

Przekrój osiowy stożka jest trójkątem równoramiennym o ramieniu długości 5 i podstawie długości 6. Ile wynosi wysokość stożka? Wybierz właściwą odpowiedź.

- ☐ A. 6 ☐ B. 5 ☐ C. 4 ☐ D. 3

PODPOWIEDŹ

Jaką długość ma promień podstawy stożka?
Jakie liczby tworzą podstawową trójkę pitagorejską?

**ZADANIE 5**

Dana jest kula o średnicy długości 12 cm. Zaznacz P przy zdaniu prawdziwym, a F – przy zdaniu fałszywym.

Promień każdego koła będącego przekrojem tej kuli ma długość 6 cm.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F
Pole przekroju kuli powstałego w wyniku przecięcia jej płaszczyzną przechodzącą przez środek promienia tej kuli jest równe $9\pi \text{ cm}^2$.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F

RYSUNKI POMOCNICZE

